ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 03-07-2007 COMPITO $\boxed{1}$

COGNOME: ____________ NOME: ____________ MATRICOLA: ____________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ Sia $a_n = \binom{3n}{n}$, $n \geq 1$. Allora,

[1] $\{a_n\}_n$ non ha limite per $n \to +\infty$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $a_n \to +\infty$ per $n \to +\infty$.
[4] $a_n \to 3$ per $n \to +\infty$.

$\boxed{2}$ La serie $\sum_n \frac{e^{-3n}}{1+n^{2\alpha}}$

[1] converge se e solo se $\alpha > 0$.
[2] converge se e solo se $\alpha > 1/2$.
[3] converge se e solo se $\alpha > 1/3$.
[4] converge per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.

$\boxed{3}$ Le primitive di $f(x) = \frac{1}{3+\sqrt{x}}$, $x > 0$,

[1] sono le funzioni $F(x) = 2\sqrt{x} - \log(3+\sqrt{x})^6 + C$, $x > 0$.
[2] sono le funzioni $F(x) = \log(3+\sqrt{x}) + C$, $x > 0$.
[3] non esistono perché $\sqrt{\cdot}$ non è derivabile nell'origine.
[4] sono le funzioni $F(x) = -\frac{1}{2\sqrt{x}(3+\sqrt{x})^2} + C$, $x > 0$.

$\boxed{4}$ Il limite $\lim_{x\to 0} \frac{3x\sin(1-e^{2x}) + 6x^2}{x^3}$

[1] è uguale a -9.
[2] non esiste perché è una forma indeterminata.
[3] è uguale a 0.
[4] è uguale a -6.

$\boxed{5}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e concava tale che $f(0) = 0$. Allora,

[1] $f'(0) \geq f'(1)$.
[2] $f(1) \leq 0$.
[3] nessuna delle altre risposte è vera.
[4] $f'(0) \leq 0$.

$\boxed{6}$ Sia $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = f(1) < 0$. Allora,

[1] f è costante.
[2] esiste $x_0 \in (0,1)$ tale che $f(x_0) = 0$.
[3] $f(x) < 0$ per ogni $x \in [0,1]$.
[4] f è limitata.

$\boxed{7}$ Siano f, $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni derivabili tali che $f(1) = -1$, $f'(1) = 1$ e $g'(0) = 1$. Allora, la derivata di $h(x) = g(x^2 + f(x^2))$, $x \in \mathbb{R}$, in $x_0 = -1$

[1] è $h'(-1) = -4$.
[2] è $h'(-1) = 0$.
[3] è $h'(-1) = -2$.
[4] non si può calcolare con queste informazioni.

$\boxed{8}$ L'integrale generalizzato $\int_e^{+\infty} \frac{1}{x\log^4 x}\,dx$

[1] è uguale a $1/4$.
[2] è uguale a $1/3$.
[3] diverge a $+\infty$.
[4] è uguale a $1/e^4$.

$\boxed{9}$ Sia $A = \{n^{(-1)^n} : n \geq 1\} \cup [1,2)$. Allora,

[1] A è limitato.
[2] $\min A = 1$.
[3] $\sup A = 2$.
[4] $x = 0$ è punto di accumulazione di A.

$\boxed{10}$ Quanti sono i sottoinsiemi di quattro elementi di un insieme di dodici elementi?

[1] $12^4/4!$.
[2] $\binom{4}{12}$.
[3] $4!$.
[4] $\binom{12}{4}$.

$\boxed{11}$ Per quale degli $z \in \mathbb{C}$ seguenti si ha $\left[\frac{(-iz^*)^2 - (iz)^2}{(-iz^*) - (iz)}\right]^3 = -8$?

[1] $z = 2 + 2i$.
[2] $z = 1 - i$.
[3] $z = 2 - 2i$.
[4] $z = 1 + i$.

dol più lento: $\log n$, n^k, a^n, $n!$, n^n

$\lim_{n\to\infty} \frac{\log n}{n^2} = 0$ $\quad \frac{n^2}{\log n} = \infty$

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 17-01-2007		COMPITO 1
COGNOME: ______________	NOME: ______________	MATRICOLA:

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

$0^0 = 1$ $\quad 37^0 = 1$

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\lim \frac{n^3}{3^n} = 0$ $\quad \frac{3^n}{n} = \infty$

1 La somma $\sum_{8\le h\le 12} 2^{-h}$ è uguale a

[1] $15/2048$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
NO [3] $15/4096$.
[4] $31/4096$.

?

2 L'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} \frac{\log x^3}{\sqrt{x}(1+x^{2\alpha})}\,dx$ converge se e solo se

$x^{2\alpha+\frac{1}{2}}$ $\quad \lambda > 1$ $\quad 2\alpha + \frac{1}{2} > 1$

[1] $\alpha < 1/4$.
[2] $\alpha > 1/2$.
[3] $\alpha > 1/4$.
[4] $\alpha \ge 1/4$.

?

3 La serie $\sum_n |2x-1|^n$ converge se e solo se

[1] $|x| < 1$.
[2] $x = 1/2$.
[3] $0 < x < 1$.
[4] $0 < x < 1/2$.

$|2x-1| < 1$ $\quad \begin{cases} 2x-1<1 & x<1 \\ -2x+1<1 & x>0 \end{cases}$ $\quad 0<x<1$

Geom $\sum q^n$ $\quad |q|<1$ $\quad \sum \frac{1}{q^n}$ $\quad a>1$ Arm

4 Il limite $\lim_{x\to 0} \frac{(1-e^x)\log(1+2x^2)}{\sin(\pi + x^3)}$

[1] è uguale a 0.
[2] è uguale a -2.
[3] è uguale a 2.
[4] non esiste.

5 La formula di Taylor di ordine tre con centro in $x_0 = 0$ di $f(x) = \log(e^x(1-\sin 2x))$ è

[1] $f(x) = x - x^3/3 + o(x^3)$.
[2] $f(x) = -x - 3x^2/2 + 2x^3 + o(x^3)$.
[3] $f(x) = -x - 2x^2 - 4x^3/3 + o(x^3)$.
[4] $f(x) = 3x - x^2/2 - 6x^3 + o(x^3)$.

6 Sia $f\colon [a\,,b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a) < f(b)$. Allora,

[1] f è limitata inferiormente.
[2] esiste $x_0 \in (a\,,b)$ tale che $f(x_0) = 0$.
[3] f è crescente.
[4] $f(a) \le f(x) \le f(b)$ per ogni $x \in [a\,,b]$.

7 Se $z = 3+4i$, la parte immaginaria di $\frac{z - i|\bar{z}|}{z^* + i}$ è

[1] $2i/3$.
NO [2] $i/3$.
[3] $1/3$.
[4] $2/3$.

log $\quad \left(\frac{2}{3}\right)^n$

8 Una primitiva di $f(x) = |x+1|$, $x \in \mathbb{R}$,

[1] è data da $F(x) = (x+1)|x+1|/2$, $x \in \mathbb{R}$.
[2] è data da $F(x) = |x+1|^2/2$, $x \in \mathbb{R}$.
[3] è data da $F(x) = (x+1)^2/2$, $x \in \mathbb{R}$.
[4] non esiste perché f non è derivabile in $x_0 = -1$.

9 La derivata di $f(x) = 2x + \tan 3x$, $|x| < \pi/6$, è

[1] $f'(x) = 2 + 3\tan^2 3x$.
[2] $f'(x) = 5 + 3\tan^2 3x$.
[3] $f'(x) = 3 + \tan^2 3x$.
[4] $f'(x) = 3 + 3\tan^2 3x$.

10 La successione $a_n = \frac{3n^2\sqrt{n} + 2^n}{2n^2\sqrt{n} + 3^n}$, $n \ge 0$, converge a

$a^n \begin{cases} +\infty & a>1 \\ 1 & a=1 \\ 0 & -1<a<1 \\ \text{NE} & a\le -1 \end{cases}$

[1] 0.
[2] $+\infty$.
[3] $3/2$.
[4] $2/3$.

11 La funzione $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x - 5$, $x \in \mathbb{R}$, è crescente nell'intervallo

[1] $(-\infty\,,1]$.
[2] $[-2\,,1]$.
[3] $[1\,,+\infty)$.
[4] $[-2\,,+\infty)$.

$2 + 3 + 3\tan^2 3x$

$\frac{6^n}{3}$ $\quad 2 + \frac{1}{2\sqrt{3x}} \cdot 3$ $\quad \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{1}$ $\quad = 1$

$2 + 1 + \tan^2 3x \cdot 3$

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 25-09-2007 COMPITO 1

COGNOME: ______________ NOME: ______________ MATRICOLA: _______

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1 La serie $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{4^n}$

[1] ha come somma 4/3.
[2] ha come somma 1.
[3] diverge a $+\infty$.
[4] è indeterminata.

2 Il limite $\lim_{x\to+\infty} \left(\frac{3x}{\sqrt{1+3x^2}} - \frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}} \right)$

[1] è uguale a 0.
[2] è uguale a $+\infty$.
[3] è uguale a $1/\sqrt{3} - 1/\sqrt{2}$.
[4] non esiste perché è una forma indeterminata $[\infty - \infty]$.

3 Sia $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $0 < f(0) < f(1)$. Allora,

[1] f è limitata in $[0,1]$.
[2] $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in [0,1]$.
[3] f è crescente in $[0,1]$.
[4] f è positiva in $[0,1]$.

4 Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora,

[1] $\int_0^1 f(3x)\,dx = 3\int_0^{1/3} f(y)\,dy$.
[2] $\int_0^1 f(3x)\,dx = \int_0^3 f(y)\,dy$.
[3] $\int_0^1 f(3x)\,dx = \frac{1}{3}\int_0^1 f(y)\,dy$.
[4] $\int_0^1 f(3x)\,dx = \frac{1}{3}\int_0^3 f(y)\,dy$.

5 Sia $f\colon [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ una funzione continua e positiva tale che $f(x) \to 1$ per $x \to +\infty$. Allora, dato $\alpha > 0$, l'integrale generalizzato $\int_1^{+\infty} [f(x)]^\alpha\,dx$

[1] è indeterminato.
[2] diverge se e solo se $\alpha \leq 1$.
[3] diverge per ogni $\alpha > 0$.
[4] converge se e solo se $\alpha > 1$.

6 Se $-1/2 - i\sqrt{3}/2$ è una radice cubica di w, le altre sono

[1] $-1/6 - i\sqrt{3}/6$ e $-1/3 - i\sqrt{3}/3$.
[2] $1/2 + i\sqrt{3}/2$ ed 1.
[3] $-1/2 + i\sqrt{3}/2$.
[4] $-1/2 + i\sqrt{3}/2$ ed 1.

7 Siano $f, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funzioni tali che $f(x) = o(x^3)$ e $g(x) = o(x^4)$ per $x \to 0$. Allora,

[1] $f(x) + g(x) = o(x^7)$ per $x \to 0$.
[2] $f(x)g(x) = o(x^{7/2})$ per $x \to 0$.
[3] $f(x)g(x) = o(x^7)$ per $x \to 0$.
[4] $f(x)g(x) = o(x^{12})$ per $x \to 0$.

8 Per ogni $x > 0$, $(x^2)^{(x^3)}$ è uguale a

[1] $\left(x^{(x^3)}\right)^2$.
[2] $(x^x)^{(2^3)}$.
[3] $(x^{2x})^3$.
[4] $(x^x)^6$.

9 La successione $e^n/n!$ per $n \to +\infty$

[1] converge ad e.
[2] non ha limite perché è della forma $\frac{\infty}{\infty}$.
[3] converge a 0.
[4] diverge a $+\infty$.

10 Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che per ogni $n \geq 1$ esiste $x_n \in \mathbb{R}$ tale che $f(x_n) \geq n$. Allora,

[1] f è illimitata superiormente.
[2] f è limitata inferiormente.
[3] $f(x) \to +\infty$ per $x \to +\infty$.
[4] f è illimitata inferiormente.

11 Quale tra le seguenti può essere la formula di Taylor di centro $x_0 = 0$ di una funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ strettamente crescente ed infinite volte derivabile?

[1] $f(x) = 1 + 2x + o(x)$.
[2] $f(x) = 1 + x^2 + o(x^2)$.
[3] $f(x) = 1 - 2x + o(x)$.
[4] $f(x) = 1 - x^2 + o(x^2)$.

Analisi Matematica AB – Prova del 19-06-2007	Compito $\boxed{1}$

Cognome: ______________ Nome: ______________ Matricola: ______________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ La derivata di $f(x) = (x+1)^x$, $x > -1$, in $x_0 = 2$

[1] è $f'(2) = 6$.
[2] è $f'(2) = \log 3 + 2/3$.
[3] non esiste.
[4] è $f'(2) = 9(\log 3 + 2/3)$.

$x(x+1)^{x-1} = 2(2+1)^{2-1} = 6$

$\boxed{2}$ Sia $f(x) = x - e^x$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora, $f([-1,2])$ è

[1] $[-1-1/e, -1]$.
[2] $[2-e^2, -1]$.
[3] $[2-e^2, -1-1/e]$.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

-1

$\boxed{3}$ Scegliendo casualmente tre carte da un mazzo di quaranta carte da gioco, quale evento tra i seguenti è il meno probabile?

[1] Che siano di tre semi diversi.
[2] Che siano una di un colore e due dell' altro colore.
[3] Che siano tutte dello stesso colore.
[4] Che siano due di un seme e l' altra di un altro seme.

$\boxed{4}$ Sia $z = 1+i$. Allora, $w = \dfrac{z^* - iz}{z^*|z|^2 + i}$ è uguale a

[1] $w = 2(1-2i)/5$.
[2] $w = 2(3-i)/5$.
[3] $w = 2(2+i)/5$.
[4] $w = 2(3+i)/5$.

$\boxed{5}$ Una funzione continua $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in $x_0 \in \mathbb{R}$ se e solo se

[1] per ogni $\delta > 0$ esiste $\varepsilon > 0$ tale che $|f(x) - f(x_0)| \le \varepsilon$ per ogni $0 < |x - x_0| \le \delta$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $|f(x) - f(x_0)| \le \varepsilon$ per ogni $|x - x_0| \le \delta$.
[4] esistono e sono uguali $\lim_{x \to x_0^\pm} f(x)$.

$+\infty > 1$ $\qquad \dfrac{1}{x^\alpha}$ $\qquad 0 < \alpha < 1$

$\boxed{6}$ Sia $\alpha > 0$. La serie $\displaystyle\sum_n \frac{1}{n^{3\alpha} \log(1 + e^{\sqrt{n}})}$

No [1] converge se e solo se $\alpha > 1/6$.
[2] converge se e solo se $\alpha > 1/3$.
no [3] converge se e solo se ogni $\alpha > 0$.
[4] non converge per alcun $\alpha > 0$.

$n^{3\alpha} \log(1 + e^{\sqrt{n}}) > 1$ $\qquad \dfrac{1}{n^{3\alpha}}$ $\qquad \alpha = \dfrac{1}{6}$

$\boxed{7}$ L' integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^{+\infty} x e^{1-x}\, dx$

[1] è uguale a $e - 1$.
[2] diverge a $+\infty$.
[3] è uguale a e.
[4] è uguale a 0.

$|x e^{1-x}| < 1$ $\qquad \dfrac{1}{n^{3\alpha}} > 1$

$\boxed{8}$ Sia $a_n \to -1$ per $n \to +\infty$. Allora,

[1] nessuna delle altre risposte è vera.
[2] $a_n = -1$ definitivamente.
[3] $a_n < 0$ definitivamente.
[4] esiste n tale che $a_n = -1$.

$-\dfrac{3n}{3n} = -1$

$\boxed{9}$ Sia $A = (0,1] \cup \{(-1)^n(1 - 2/n) : n \ge 1\}$. Allora,

[1] $\inf A = -1$ e $\sup A = 1$.
[2] $\min A = -1$ e $\sup A = 1$.
[3] $\min A = 0$ e $\max A = 1$.
[4] $\inf A = 0$ e $\max A = 1$.

$\boxed{10}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e convessa tale che $f(0) = 0$ e $f'(0) = 1$. Allora,

[1] $f(x) \le 0$ per $x \le 0$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $f(1) \ge 1$.
[4] $f(-1) \le f(1)$.

$\boxed{11}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{3x \sin(e^{2x} - 1) - 6x^2}{x^3}$

[1] è uguale a 6.
[2] non esiste perché è una forma indeterminata.
[3] è uguale a 9.
[4] è uguale a 0.

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 14-02-2007	COMPITO $\boxed{2}$

COGNOME: ______________ NOME: ______________ MATRICOLA: ______________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 \sin(1/x)$ per $x \neq 0$ e da $f(0) = 0$. Allora, la retta tangente al grafico di f sopra il punto di ascissa $x_0 = 0$
[1] è $y = -x$.
[2] è $y = 0$.
[3] non esiste perché f non è derivabile.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

$\boxed{2}$ La successione $a_n = \dfrac{2n + \log(n^{3n})}{3n + \log(n^{2n})}$, $n \geq 1$, tende a
[1] $+\infty$.
[2] $3/2$.
[3] $2/3$.
[4] 0.

$\boxed{3}$ Sia $z \in \mathbb{C}$ tale che $|z| = 1$. Allora,
[1] $\mathrm{Re}\,(1/z) = \mathrm{Im}\,(z)$.
[2] $\mathrm{Im}\,(1/z) = \mathrm{Im}\,(z)$.
[3] $\mathrm{Im}\,(1/z) = \mathrm{Re}\,(z)$.
[4] $\mathrm{Re}\,(1/z) = \mathrm{Re}\,(z)$.

$\boxed{4}$ Una primitiva di $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + x}\, dx$, $-1 < x < 0$, è
[1] $F(x) = \log(x^2 + x)$, $-1 < x < 0$.
[2] $F(x) = \log \dfrac{-x}{x+1}$, $-1 < x < 0$.
[3] $F(x) = \log x \log(x+1)$, $-1 < x < 0$.
[4] $F(x) = \log \dfrac{x}{x+1}$, $-1 < x < 0$.

$\boxed{5}$ La somma $\displaystyle\sum_{0 \leq h \leq 10} \binom{10}{h}$ è uguale a
[1] 2^{10}.
[2] $10!$.
[3] 10^2.
[4] 10^{10}.

$\boxed{6}$ Sia $f\colon [0\,,1] \to \mathbb{R}$ continua tale che $\displaystyle\int_0^1 f = -2$. Allora,
[1] nessuna delle altre risposte è vera.
[2] $\displaystyle\int_0^1 |f| = 2$.
[3] $\displaystyle\int_0^{1/2} f = -1$.
[4] $\displaystyle\int_0^1 f^2 = 4$.

$\boxed{7}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+3x} - 1}{\sin 2x}$
[1] è uguale a $1/2$.
[2] è uguale a $3/2$.
[3] è uguale a $3/4$.
[4] non esiste.

$\boxed{8}$ Sia $f\colon [0\,,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0)f(1) < 0$. Allora,
[1] la funzione $1/f$ è ben definita e limitata in $[0\,,1]$.
[2] f è decrescente in $[0\,,1]$.
[3] $[f(x)]^2 > 0$ per ogni $x \in [0\,,1]$.
[4] il valore minimo di f^2 nell'intervallo $[0\,,1]$ è 0.

$\boxed{9}$ Sia $\alpha > 0$. L'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha \log^2(1+\sqrt{x})}\, dx$ converge
[1] se solo se $\alpha < 1$.
[2] se solo se $\alpha > 1$.
[3] per alcun α.
[4] se solo se $\alpha > 0$.

$\boxed{10}$ Sia $A \subset \mathbb{R}$ un insieme illimitato inferiormente. Allora,
~~[1] per ogni successione $x_n \in A$ si ha $x_n \to -\infty$.~~
~~[2] esiste $l \in \mathbb{R}$ tale che $l > a$ per ogni $a \in A$.~~
[3] per ogni $n \geq 1$ esiste $x_n \in A$ tale che $x_n < -n$.
[4] esiste $m \in \mathbb{R}$ tale che $m \leq l$ per ogni $l \notin A$.

$\boxed{11}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione 2-volte derivabile per la quale $x_0 = 0$ è punto di minimo locale. Quale tra le seguenti può essere la formula di Taylor di ordine tre con centro in $x_0 = 0$?
[1] $f(x) = 2 + x - x^2 + o(x^2)$.
[2] $f(x) = 2 - x + o(x^2)$.
[3] $f(x) = 2 - x^2 + o(x^2)$.
[4] $f(x) = 2 + x^2 + o(x^2)$.

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 03-07-2007 COMPITO 2

COGNOME: ____________ NOME: ____________ MATRICOLA: ________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1 Per quale degli $z \in \mathbb{C}$ seguenti si ha $\left[\dfrac{(iz^*)^2 - (-iz)^2}{(iz^*) - (-iz)}\right]^3 = -8$?

[1] $z = 2 - 2i$.
[2] $z = 1 + i$.
[3] $z = 1 - i$.
[4] $z = 2 + 2i$.

2 Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e convessa tale che $f(0) = 0$. Allora,

[1] $f(1) \geq 0$.
[2] $f'(0) \geq 0$.
[3] $f'(0) \leq f'(1)$.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

3 Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2x \sin\left(1 - e^{3x}\right) + 6x^2}{x^3}$

[1] è uguale a 0.
[2] è uguale a -6.
[3] è uguale a -9.
[4] non esiste perché è una forma indeterminata.

4 Le primitive di $f(x) = \dfrac{1}{2 + \sqrt{x}}$, $x > 0$,

[1] non esistono perché $\sqrt{\cdot}$ non è derivabile nell'origine.
[2] sono le funzioni $F(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{x}(2+\sqrt{x})^2} + C$, $x > 0$.
[3] sono le funzioni $F(x) = \log(2 + \sqrt{x}) + C$, $x > 0$.
[4] sono le funzioni $F(x) = 2\sqrt{x} - \log(2 + \sqrt{x})^4 + C$, $x > 0$.

5 Siano f, $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ due funzioni derivabili tali che $f(1) = 1$, $f'(1) = -1$ e $g'(0) = -1$. Allora, la derivata di $h(x) = g(x^2 - f(x^2))$, $x \in \mathbb{R}$, in $x_0 = 1$

[1] è $h'(1) = -4$.
[2] è $h'(1) = 0$.
[3] non si può calcolare con queste informazioni.
[4] è $h'(1) = -2$.

6 La serie $\displaystyle\sum_n \frac{e^{-2n}}{1 + n^{3\alpha}}$

[1] converge se e solo se $\alpha > 1/2$.
[2] converge se e solo se $\alpha > 1/3$.
[3] converge per ogni $\alpha \in \mathbb{R}$.
[4] converge se e solo se $\alpha > 0$.

7 Quanti sono i sottoinsiemi di tre elementi di un insieme di dieci elementi?

[1] $\dbinom{10}{3}$.
[2] $\dbinom{3}{10}$.
[3] $3!$.
[4] $10^3/3!$.

8 Sia $f\colon [0,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0) = f(1) > 0$. Allora,

[1] f è limitata.
[2] $f(x) > 0$ per ogni $x \in [0,1]$.
[3] esiste $x_0 \in (0,1)$ tale che $f(x_0) = 0$.
[4] f è costante.

9 L'integrale generalizzato $\displaystyle\int_e^{+\infty} \frac{1}{x \log^3 x}\,dx$

[1] è uguale a $1/2$.
[2] è uguale a $1/3$.
[3] è uguale a $1/e^3$.
[4] diverge a $+\infty$.

10 Sia $a_n = \dbinom{2n}{n}$, $n \geq 1$. Allora,

[1] $\{a_n\}_n$ non ha limite per $n \to +\infty$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $a_n \to 2$ per $n \to +\infty$.
[4] $a_n \to +\infty$ per $n \to +\infty$.

11 Sia $A = \left\{-n^{(-1)^n} : n \geq 1\right\} \cup (-2, -1]$. Allora,

[1] $\max A = -1$.
[2] $x = 0$ è punto di accumulazione di A.
[3] A è limitato.
[4] $\inf A = -2$.

COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI
NOME	____________________	1 2 3 4
MATRICOLA		
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 19 GIUGNO 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti .

Esercizio 1. Determinate le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^2 + (4+i)z + 3 + i = 0$.

Esercizio 2. Determinate al variare di $h \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 9x - h(x^2 - 1) = 0.$$

Esercizio 3. Sia

$$F(x) = \int_0^x t^3 e^{-t^2}\, dt - \int_x^{+\infty} t^3 e^{-t^2}\, dt, \qquad x \geq 0.$$

(a) Calcolate $F(0)$ e $\lim_{x \to +\infty} F(x)$.

(b) Calcolate F'.

(c) Determinate per quali $h \in \mathbb{R}$ l'equazione $F(x) = h$ ha soluzione.

(d) Disegnate un grafico sommario di F.

Esercizio 4. Determinate per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n \geq 0} (x^2 - 4x + 3)^n$$

converge e calcolatene la somma.

COGNOME	______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME	______________________	1 2 3 4
MATRICOLA	⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 15 FEBBRAIO 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti .

Esercizio 1. Determinate le soluzioni z, $w \in \mathbb{C}$ del sistema di equazioni

$$\begin{cases} z^2 - 3w^* = 8 + 3i \\ 2iz^* + w = -1 + i. \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinate al variare di $h \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione

$$4 \arctan x - 2 \log (1 + x^2) - 4x = h.$$

Esercizio 3. Sia $f(x) = e^{-x^2}$, $x \in \mathbb{R}$ e sia $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)\, dt$, $x \in \mathbb{R}$, la sua funzione integrale. Calcolate la formula di Taylor con centro nel punto $x_0 = 0$

(a) di ordine cinque di f con il resto di Peano;

(b) di ordine cinque di F con il resto di Peano;

(c) di ordine tre di f con il resto di Lagrange.

Esercizio 4. Determinate per quali α e $\beta \in \mathbb{R}$ convergono le seguenti serie:

$$a) \quad \sum_{n \geq 1} \frac{1 + n^{2\alpha}}{1 + n^{5-\alpha}}; \qquad b) \quad \sum_{n \geq 1} \frac{1 + n^{\beta-5}}{1 + n^{-2\beta}}.$$

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 14-02-2007			COMPITO $\boxed{1}$
COGNOME: ____________	NOME: ____________	MATRICOLA: ________	
☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC			

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ La successione $a_n = \dfrac{3n + \log(n^{2n})}{2n + \log(n^{3n})}$, $n \geq 1$, tende a

[1] $+\infty$. [2] $3/2$.
[3] $2/3$. [4] 0.

$\boxed{2}$ Sia $\alpha > 0$. L'integrale generalizzato $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}\log^2(1+x^\alpha)}\,dx$ converge

[1] se solo se $0 < \alpha < 1/2$. [2] se solo se $0 < \alpha < 1/4$.
[3] se solo se $\alpha > 1/2$. [4] se solo se $\alpha > 1/4$.

$\boxed{3}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione 2-volte derivabile per la quale $x_0 = 0$ è punto di massimo locale. Quale tra le seguenti può essere la formula di Taylor di f con centro in $x_0 = 0$?

[1] $f(x) = 2 - x^2 + o(x^2)$. [2] $f(x) = 2 + x^2 + o(x^2)$.
[3] $f(x) = 2 + x - x^2 + o(x^2)$. [4] $f(x) = 2 + x + o(x^2)$.

$\boxed{4}$ Sia $z \in \mathbb{C}$ tale che $|z| = 1$. Allora,

[1] $\mathrm{Re}\,(1/z) = -\mathrm{Im}\,(z)$. [2] $\mathrm{Im}\,(1/z) = -\mathrm{Im}\,(z)$.
[3] $\mathrm{Im}\,(1/z) = -\mathrm{Re}\,(z)$. [4] $\mathrm{Re}\,(1/z) = -\mathrm{Re}\,(z)$.

$\boxed{5}$ Sia $f\colon [0\,,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(0)f(1) < 0$. Allora,

[1] $e^{f(0)}e^{f(1)} = e^{f(0)f(1)} < 1$. [2] l'equazione $e^{f(x)} = 1$ ha almeno una soluzione.
[3] f è crescente in $[0\,,1]$. [4] l'equazione $e^{f(x)} = 0$ ha almeno una soluzione.

$\boxed{6}$ Sia $f\colon [0\,,1] \to \mathbb{R}$ continua tale che $\displaystyle\int_0^1 f = -3$. Allora,

[1] nessuna delle altre risposte è vera. [2] $\displaystyle\int_0^{1/2} f = -3/2$.
[3] $\displaystyle\int_0^1 |f| = 3$. [4] $\displaystyle\int_0^1 f^2 = 9$.

$\boxed{7}$ Sia $A \subset \mathbb{R}$ un insieme illimitato superiormente. Allora,

[1] esiste $M \in \mathbb{R}$ tale che $l \leq M$ per ogni $l \notin A$. [2] per ogni successione $x_n \in A$ si ha $x_n \to +\infty$.
[3] per ogni $n \geq 1$ esiste $x_n \in A$ tale che $x_n > n$. [4] esiste $l \in \mathbb{R}$ tale che $l < a$ per ogni $a \in A$.

$\boxed{8}$ La somma $\displaystyle\sum_{0 \leq h \leq 9} \binom{9}{h}$ è uguale a

[1] 2^9. [2] $9!$.
[3] 9^2. [4] 9^9.

$\boxed{9}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{\sin 3x}$

[1] è uguale a $2/3$. [2] è uguale a $1/2$.
[3] non esiste. [4] è uguale a $1/3$.

$\boxed{10}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da $f(x) = x^2 \cos(1/x)$ per $x \neq 0$ e da $f(0) = 0$. Allora, la retta tangente al grafico di f sopra il punto di ascissa $x_0 = 0$

[1] è $y = 0$. [2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] è $y = x$. [4] non esiste perché f non è derivabile.

$\boxed{11}$ Una primitiva di $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - x}\,dx$, $0 < x < 1$, è

[1] $F(x) = \log(x^2 - x)$, $-1 < x < 0$. [2] $F(x) = \log x \log(x-1)$, $-1 < x < 0$.
[3] $F(x) = \log \dfrac{x-1}{x}$, $0 < x < 1$. [4] $F(x) = \log \dfrac{1-x}{x}$, $0 < x < 1$.

COGNOME	______________	NON SCRIVERE QUI
NOME	______________	1 2 3 4
MATRICOLA	_ _ _ _ _ _	
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 25 SETTEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti.

Esercizio 1. Determinate le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^2 - 4iz - 7 - 4i = 0$.

Esercizio 2. Dato $\alpha > 0$, sia

$$f_\alpha(x) = \log\left(\frac{x}{\alpha}\right) - \frac{x-\alpha}{x}, \qquad x > 0.$$

(a) Tracciate un grafico approssimativo di f_α.

(b) Calcolate $\inf\limits_{x>0} f_\alpha(x)$.

Esercizio 3. Calcolate $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x}{x^3+1}\,dx$.

Esercizio 4. Sia

$$a_n = \binom{2n}{n}, \qquad n \geq 1.$$

(a) Calcolate $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$.

(b) Determinate per quali $x > 0$ la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} \frac{1}{4^n}\left[\binom{2n}{n}\right]^x$ converge.

COGNOME	____________________	NON SCRIVERE QUI	
NOME	____________________	1 2 3 4	
MATRICOLA			
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC		

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 19 GIUGNO 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti .

Esercizio 1. Determinate le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $z^2 + (4+i)z + 3 + i = 0$.

Esercizio 2. Determinate al variare di $h \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^3 - 9x - h(x^2 - 1) = 0.$$

Esercizio 3. Sia

$$F(x) = \int_0^x t^3 e^{-t^2}\,dt - \int_x^{+\infty} t^3 e^{-t^2}\,dt, \qquad x \geq 0.$$

(a) Calcolate $F(0)$ e $\lim_{x\to+\infty} F(x)$.

(b) Calcolate F'.

(c) Determinate per quali $h \in \mathbb{R}$ l'equazione $F(x) = h$ ha soluzione.

(d) Disegnate un grafico sommario di F.

Esercizio 4. Determinate per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n\geq 0} \left(x^2 - 4x + 3\right)^n$$

converge e calcolatene la somma.

COGNOME	______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME	______________________	1 2 3 4
MATRICOLA	⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌊_⌋	
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 18 GENNAIO 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti .

Esercizio 1. Determinate le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione $\left(\dfrac{z^* + i}{iz - 1}\right)^2 = 2i.$

Esercizio 2. Determinate al variare di $h \in \mathbb{R}$ il numero di soluzioni dell'equazione

$$x^4 + 2x^3 - 2x^2 = h.$$

Esercizio 3. Calcolate

$$\lim_{x\to 0} \frac{\displaystyle\int_0^x e^{2t} \log(1+3t)\, dt - 3x^2/2 - x^3/2}{x^4}.$$

Esercizio 4. Determinate per quali $x \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n\geq 0} \left(\frac{3x+1}{x^2+1}\right)^n$$

converge e calcolatene la somma.

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 19-06-2007			COMPITO 2
COGNOME: ______	NOME: ______	MATRICOLA: ______	
☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC			

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

1 La derivata di $f(x) = x^{(x+1)}$, $x > 0$, in $x_0 = 2$

[1] è $f'(2) = \log 2 + 3/2$.
[2] non esiste.
[3] è $f'(2) = 8(\log 2 + 3/2)$.
[4] è $f'(2) = 12$.

2 Scegliendo casualmente tre carte da un mazzo di quaranta carte da gioco, quale evento tra i seguenti è il più probabile?

[1] Che siano tutte dello stesso colore.
[2] Che siano due di un seme e l'altra di un altro seme.
[3] Che siano di tre semi diversi.
[4] Che siano una di un colore e due dell'altro colore.

3 Una funzione continua $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ è continua in $x_0 \in \mathbb{R}$ se e solo se

[1] per ogni $\delta > 0$ esiste $\varepsilon > 0$ tale che $|f(x) - f(x_0)| \leq \varepsilon$ per ogni $0 < |x - x_0| \leq \delta$.
[2] per ogni $\varepsilon > 0$ esiste $\delta > 0$ tale che $|f(x) - f(x_0)| \leq \varepsilon$ per ogni $|x - x_0| \leq \delta$.
[3] esistono e sono uguali $\lim_{x\to x_0^\pm} f(x)$.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

4 Sia $a_n \to 1$ per $n \to +\infty$. Allora,

[1] nessuna delle altre risposte è vera.
[2] esiste n tale che $a_n = 1$.
[3] $a_n > 0$ definitivamente.
[4] $a_n = 1$ definitivamente.

5 Sia $\alpha > 0$. La serie $\displaystyle\sum_n \frac{1}{n^{2\alpha}\log\left(1 + e^{\sqrt[3]{n}}\right)}$

[1] converge se e solo se $\alpha > 1/3$.
[2] converge se e solo se $\alpha > 1/2$.
[3] converge se e solo se ogni $\alpha > 0$.
[4] non converge per alcun $\alpha > 0$.

6 Sia $z = 1 + i$. Allora, $w = \dfrac{z + iz^*}{z|z|^2 - i}$ è uguale a

[1] $w = 2(3 + i)/5$.
[2] $w = 2(2 - i)/5$.
[3] $w = 2(3 - i)/5$.
[4] $w = 2(1 + 2i)/5$.

7 L'integrale generalizzato $\displaystyle\int_{-1}^{+\infty} (1 + x)e^{-x}\, dx$

[1] è uguale a $e - 1$.
[2] diverge a $+\infty$.
[3] è uguale a 0.
[4] è uguale a e.

8 Sia $A = [-1\,,0) \cup \{(-1)^{n+1}(1 - 2/n) : n \geq 1\}$. Allora,

[1] $\min A = -1$ e $\max A = 0$.
[2] $\inf A = -1$ e $\sup A = 1$.
[3] $\min A = -1$ e $\sup A = 0$.
[4] $\inf A = -1$ e $\max A = 1$.

9 Sia $f(x) = x - e^x$ per $x \in \mathbb{R}$. Allora, $f([-2\,,1])$ è

[1] $[-2 - e^{-2}\,, 1 - e]$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $[1 - e\,, -1]$.
[4] $[-2 - e^{-2}\,, -1]$.

10 Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{2x\sin\left(e^{3x} - 1\right) - 6x^2}{x^3}$

[1] è uguale a 9.
[2] è uguale a 0.
[3] non esiste perché è una forma indeterminata.
[4] è uguale a 6.

11 Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione derivabile e concava tale che $f(0) = 0$ e $f'(0) = 1$. Allora,

[1] $f(x) \geq 0$ per $x \geq 0$.
[2] $f(-1) \leq -1$.
[3] nessuna delle altre risposte è vera.
[4] $f(-1) \leq f(1)$.

COGNOME	______________________	NON SCRIVERE QUI
NOME	______________________	1 2 3 4
MATRICOLA	└┴┴┴┴┴┴┘	
LAUREA	AMB CIV GEST MEC ELN INF TLC	

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PARMA — FACOLTÀ DI INGEGNERIA

ESAME DI ANALISI MATEMATICA AB

A.A. 2006–2007 — PARMA, 6 SETTEMBRE 2007

Riempite immediatamente questo foglio scrivendo in stampatello cognome, nome e numero di matricola e fate una barra sul Corso di Laurea. Scrivete anche cognome e nome in stampatello su ogni foglio a quadretti.
Svolgete gli esercizi e copiateli ordinatamente su un foglio protocollo a quadretti.
Potete usare solo il materiale ricevuto ed il vostro materiale di scrittura. In particolare, è vietato usare appunti, foglietti, calcolatrici etc. Non usate il colore rosso.
Il tempo massimo per svolgere la prova è di un'ora e mezza. Non potete uscire se non dopo aver consegnato il compito, al termine della prova. È obbligatorio consegnare tutti i fogli ricevuti, compreso questo. Al momento della consegna, inserite tutti i fogli compreso questo dentro ad uno dei fogli a quadretti.

Esercizio 1. Determinate le soluzioni $z,\ w \in \mathbb{C}$ del sistema di equazioni

$$\begin{cases} |z|\,(z - w^*) = -2i \\ |z| = w + i. \end{cases}$$

Esercizio 2. Studiate l'andamento della funzione

$$f(x) = \frac{|x-2|}{\sqrt{x^2-1}}$$

disegnandone un grafico approssimativo.

Esercizio 3. Dati $\alpha > 0$ e $c_\alpha \in \mathbb{R}$, sia $f_\alpha \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \dfrac{\alpha\,(1-\cos x) - x\sin x}{x^2} & x \neq 0 \\ c_\alpha & x = 0. \end{cases}$$

(a) Determinate $\alpha > 0$ e $c_\alpha \in \mathbb{R}$ in modo che f_α sia continua in $x_0 = 0$.

(b) Determinate quindi per quali $\alpha > 0$ esiste finito il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x^3} \int_0^x f_\alpha(t)\,dt$ e calcolatelo.

Esercizio 4. Calcolate l'integrale $\displaystyle\int_0^1 |\log x^2|\,dx$.

Analisi Matematica AB – Prova del 17-01-2007 Compito $\boxed{2}$

Cognome: ____________ Nome: ____________ Matricola: ____________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ La successione $a_n = \dfrac{2n^2\sqrt{n}+3^n}{3n^2\sqrt{n}+2^n}$, $n \geq 0$, converge a

[1] $3/2$.
[2] $+\infty$.
[3] $2/3$.
[4] 0.

$\boxed{2}$ La funzione $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 5$, $x \in \mathbb{R}$, è decrescente nell'intervallo

[1] $[2, +\infty)$.
[2] $[0, 2]$.
[3] $[1, 3]$.
[4] $[1, 2]$.

$\boxed{3}$ Una primitiva di $f(x) = |x-1|$, $x \in \mathbb{R}$,

[1] è data da $F(x) = |x-1|^2/2$, $x \in \mathbb{R}$.
[2] è data da $F(x) = (x-1)^2/2$, $x \in \mathbb{R}$.
[3] non esiste perché f non è derivabile in $x_0 = 1$.
[4] è data da $F(x) = (x-1)|x-1|/2$, $x \in \mathbb{R}$.

$\boxed{4}$ Se $z = 3 - 4i$, la parte immaginaria di $\dfrac{iz^* + |z|}{iz - 1}$ è

[1] $2/3$.
[2] $i/3$.
[3] $1/3$.
[4] $2i/3$.

$\boxed{5}$ La serie $\sum_n |2x+1|^n$ converge se e solo se

[1] $-1/2 < x < 0$.
[2] $|x| < 1$.
[3] $x = -1/2$.
[4] $-1 < x < 0$.

$\boxed{6}$ La formula di Taylor di ordine tre con centro in $x_0 = 0$ di $f(x) = \log\left(e^{2x}(1-\sin x)\right)$ è

[1] $f(x) = 2x - 8x^3/3 + o(x^3)$.
[2] $f(x) = x - 5x^2/2 + 2x^3 + o(x^3)$.
[3] $f(x) = x + x^3/2 + o(x^3)$.
[4] $f(x) = x - x^2/2 - x^3/6 + o(x^3)$.

$\boxed{7}$ La somma $\displaystyle\sum_{7 \leq h \leq 11} 2^{-h}$ è uguale a

[1] $31/2048$.
[2] $15/1024$.
[3] $15/2048$.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

$\boxed{8}$ Sia $f\colon [a, b] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(a) > f(b)$. Allora,

[1] f è decrescente.
[2] f è limitata superiormente.
[3] $f(a) \geq f(x) \geq f(b)$ per ogni $x \in [a, b]$.
[4] esiste $x_0 \in (a, b)$ tale che $f(x_0) = 0$.

$\boxed{9}$ La derivata di $f(x) = 3x + \tan 2x$, $|x| < \pi/4$, è

[1] $f'(x) = 4 + 2\tan^2 2x$.
[2] $f'(x) = 4 + \tan^2 2x$.
[3] $f'(x) = 5 + 2\tan^2 2x$.
[4] $f'(x) = 3 + 2\tan^2 2x$.

$\boxed{10}$ L'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{\log x^2}{x^\alpha(1+\sqrt{x})}\,dx$ converge se solo se

[1] $\alpha < 1/2$.
[2] $\alpha > 1/2$.
[3] $\alpha > 1$.
[4] $\alpha \geq 1/2$.

$\boxed{11}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{(e^{2x}-1)\log(1+x^2)}{\sin(\pi + x^3)}$

[1] è uguale a 2.
[2] non esiste.
[3] è uguale a -2.
[4] è uguale a 0.

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 06-09-2007 COMPITO $\boxed{1}$

COGNOME: ____________ NOME: ____________ MATRICOLA: ____________

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ L'integrale $\displaystyle\int_0^3 \frac{1}{x^2+9}\,dx$

[1] è uguale a $\pi/12$.
[2] è uguale a $1/36$.
[3] è uguale a $\pi/36$.
[4] è uguale a $\log 2$.

$\boxed{2}$ Se $z = 1+i$, allora iz^6 è uguale a

[1] $6+6i$.
[2] 1.
[3] 8.
[4] -8.

$\boxed{3}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione strettamente crescente e derivabile. Allora,

[1] $f(x) \to +\infty$ per $x \to +\infty$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $f'(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$.
[4] anche f' è crescente .

$\boxed{4}$ La derivata di $D(\sin / \tan)$ è

[1] $-\sin\cos^2$.
[2] nessuna delle altre risposte è vera.
[3] $\sin + \sin / \cos^2$.
[4] $-\cos - \cos / \sin^2$.

$\boxed{5}$ Sia $A = (0,1) \cup \{(-1)^n/2^n : n \geq 1\}$. Allora,

[1] $x_0 = 0$ è punto interno di A.
[2] $\inf A = -1$.
[3] $x_0 = 0$ è punto di accumulazione di A.
[4] $\max A = 1$.

$\boxed{6}$ La successione $a_n = [1 + 1/(2n)]^{2n}$, $n \geq 1$,

[1] tende a 1^∞.
[2] è strettamente crescente.
[3] converge a $2e$.
[4] diverge a $+\infty$.

$\boxed{7}$ La probabilità di realizzare 7 punti lanciando contemporaneamente due dadi è

[1] $1/12$.
[2] $1/7$.
[3] $1/6$.
[4] $1/2$.

$\boxed{8}$ La formula di Taylor di $f(x) = \log(1+3x) - \sin x + e^{-2x} - 1$, $x > -1/3$, di ordine due con centro $x_0 = 0$ è

[1] $f(x) = -1 - 5/2x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.
[2] $f(x) = -1/2x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.
[3] $f(x) = -5/2x^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.
[4] $f(x) = \log 3 + e^2 + o(x^2)$ per $x \to 0$.

$\boxed{9}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x\to 0} x \log x^2$

[1] è uguale a $-\infty$.
[2] è uguale a 0.
[3] non esiste perché $\displaystyle\lim_{x\to 0^\pm} x\log x^2 = \mp\infty$.
[4] nessuna delle altre risposte è vera.

$\boxed{10}$ Sia $f\colon [1,+\infty) \to \mathbb{R}$ una funzione continua e positiva tale che $x^2 f(x) \to 1$ per $x \to +\infty$. Allora, dato $\alpha > 0$, l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} [f(x)]^\alpha\,dx$

[1] è indeterminato.
[2] converge se e solo se $\alpha > 1/2$.
[3] converge se e solo se $0 < \alpha < 1/2$.
[4] diverge a $+\infty$ per ogni $\alpha > 0$.

~~$\boxed{11}$ Dato $\alpha > 0$, la serie $\displaystyle\sum_{n\geq 1} n^{3\alpha} e^{-n}$~~

[1] converge se e solo se $\alpha > 1/3$.
[2] converge per ogni $\alpha > 0$.
[3] diverge se e solo se $\alpha \leq 1/3$.
[4] è indeterminata.

ANALISI MATEMATICA AB – PROVA DEL 25-09-2007 COMPITO $\boxed{2}$

COGNOME: ______________ NOME: ______________ MATRICOLA: ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌊ ⌊

☐ AMB ☐ CIV ☐ GEST ☐ MECC ☐ ELN ☐ INF ☐ TLC

TEST – Scrivete il numero della risposta sopra al numero della corrispondente domanda.

Risposte											
Domande	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

$\boxed{1}$ Siano $f,\, g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funzioni tali che $f(x) = o(x^3)$ e $g(x) = o(x^4)$ per $x \to 0$. Allora,

[1] $f(x) + g(x) = o(x^7)$ per $x \to 0$.
[2] $f(x) + g(x) = o(x^3)$ per $x \to 0$.
[3] $f(x) + g(x) = o(x^4)$ per $x \to 0$.
[4] $f(x)g(x) = o(x^{12})$ per $x \to 0$.

$\boxed{2}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che per ogni $n \geq 1$ esiste $x_n \in \mathbb{R}$ tale che $f(x_n) \leq -n$. Allora,

[1] f è limitata superiormente.
[2] f è illimitata inferiormente.
[3] $f(x) \to -\infty$ per $x \to +\infty$.
[4] f è illimitata superiormente.

$\boxed{3}$ Il limite $\displaystyle\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{2x}{\sqrt{1+2x^2}} - \frac{3x}{\sqrt{1+3x^2}}\right)$

[1] è uguale a $-\infty$.
[2] è uguale a 0.
[3] non esiste perché è una forma indeterminata $[\infty - \infty]$.
[4] è uguale a $1/\sqrt{2} - 1/\sqrt{3}$.

$\boxed{4}$ Se $-1/2 + i\sqrt{3}/2$ è una radice cubica di w, le altre sono

[1] $-1/2 - i\sqrt{3}/2$ ed 1.
[2] $-1/6 + i\sqrt{3}/6$ e $-1/3 + i\sqrt{3}/3$.
[3] $-\sqrt{3}/2 - i/2$ ed 1.
[4] $-1/2 - i\sqrt{3}/2$.

$\boxed{5}$ Sia $f\colon [0\,,1] \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che $0 > f(0) > f(1)$. Allora,

[1] $f(x) \neq 0$ per ogni $x \in [0\,,1]$.
[2] f è decrescente in $[0\,,1]$.
[3] f è negativa in $[0\,,1]$.
[4] f è limitata in $[0\,,1]$.

$\boxed{6}$ Quale tra le seguenti può essere la formula di Taylor di centro $x_0 = 0$ di una funzione $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ strettamente decrescente ed infinite volte derivabile?

[1] $f(x) = 1 + x^2 + o(x^2)$.
[2] $f(x) = 1 + 2x + o(x)$.
[3] $f(x) = 1 - x^2 + o(x^2)$.
[4] $f(x) = 1 - 2x + o(x)$.

$\boxed{7}$ Per ogni $x > 0$, $(x^3)^{(x^2)}$ è uguale a

[1] $\left(x^{3x}\right)^2$.
[2] $(x^x)^6$.
[3] $(x^x)^{(3^2)}$.
[4] $\left(x^{(x^2)}\right)^3$.

$\boxed{8}$ La successione $n!/n^n$ per $n \to +\infty$

[1] non ha limite perché è della forma $\frac{\infty}{\infty}$.
[2] diverge a $+\infty$.
[3] converge a 0.
[4] converge a 1.

$\boxed{9}$ Sia $f\colon [1\,,+\infty) \to \mathbb{R}$ una funzione continua e positiva tale che $f(x) \to 2$ per $x \to +\infty$. Allora, dato $\alpha > 0$, l'integrale generalizzato $\displaystyle\int_1^{+\infty} [f(x)]^\alpha\, dx$

[1] diverge se e solo se $\alpha \leq 1$.
[2] è indeterminato.
[3] converge se e solo se $\alpha > 1$.
[4] diverge per ogni $\alpha > 0$.

$\boxed{10}$ Sia $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione continua. Allora,

[1] $\displaystyle\int_0^1 f(2x)\, dx = \frac{1}{2}\int_0^2 f(y)\, dy$.
[2] $\displaystyle\int_0^1 f(2x)\, dx = \int_0^2 f(y)\, dy$.
[3] $\displaystyle\int_0^1 f(2x)\, dx = \frac{1}{2}\int_0^1 f(y)\, dy$.
[4] $\displaystyle\int_0^1 f(2x)\, dx = 2\int_0^{1/2} f(y)\, dy$.

$\boxed{11}$ La serie $\displaystyle\sum_{n\geq 0} \frac{1}{3^n}$ $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9} \cdots 0$

[1] ~~diverge a $+\infty$.~~
[2] ha come somma 1.
[3] ha come somma 3/2.
[4] è indeterminata.